e0539

Soit $S_n = 1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + n^2$. Prouver par récurrence que $S_n = \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

e1159

Soit n un entier naturel non nul. Montrer que : $1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + ... + n\,(n+1) = \dfrac{n\,(n+1)(n+2)}{3}$.

e1157

On construit la suite de nombres $(t_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$, avec $t_n = 1 + 2 + 3 + ... + n$.

1) Montrer par récurrence que $t_n = \dfrac{n\,(n+1)}{2}$ pour tout entier $n \geq 1$.

2) Montrer que $t_1 + t_2 + t_3 + ... + t_n = \dfrac{n\,(n+1)(n+2)}{6}$ pour $n \geq 1$.

e2140

Démontrer par récurrence que : $(1 - \dfrac{1}{4})(1 - \dfrac{1}{9}) \dots (1 - \dfrac{1}{n^2}) = \dfrac{n+1}{2n}$.

e3984

La suite (u_n) est définie par : $u_1 = 1$ et $u_{n+1} = u_n \left(1 - \dfrac{1}{n+1}\right)$ pour tout entier n non nul.

1/ Calculer u_2 , u_3 et u_4 .

2/ Conjecturer la formule qui donne u_n en fonction de n .

3/ Démontrer cette formule par récurrence.

e3585

On considère la suite u définie sur $\mathbb{N}$ par $u_0 = \dfrac{3}{2}$ et $u_{n+1} = u_n^2 - 2u_n + 2$, pour tout entier naturel n .

1/ En raisonnant par récurrence, établir que $1 < u_n < 2$.

2/ Etudier le sens de variation de u .

3/ Justifier que u est convergente.

4/ On note L la limite de u :

a) Etablir que L est solution de l'équation d'inconnue x : $x^2 - 3x + 2 = 0$.

b) En déduire L .

e5332

La suite u est définie sur $\mathbb{N}^*$ par $\begin{cases} u_1 = 0 \\ u_{n+1} = \sqrt{1 + u_n^2} \end{cases}$.

1/ Calculer u_2 , u_3 , u_4 et u_5 .

2/ Conjecturer une expression explicite de u_n , pour $n \geq 1$.

3/ Démontrer la proposition conjecturée.

4/ En déduire la limite de la suite u .

e3995

La suite u est définie par : $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = \dfrac{1}{2} u_n + 2$, $\forall\, n \in \mathbb{N}$.

1/ Représenter graphiquement les premiers termes de la suite à l'aide des droites d'équation $y = \dfrac{1}{2}x + 2$ et $y = x$.

2/ Que peut-on conjecturer sur la limite de la suite u .

3/ Démontrer par récurrence que la suite u est majorée par 4 .

4/ Démontrer par récurrence que la suite u est croissante.

5-a) Démontrer qua la suite u converge vers une limite L .

b) Déterminer L à l'aide de la relation de récurrence de u .